

12. Matematiniai žaidimai. C dalis

Įvadas

Žaidimų (arba lošimų) teorija kaip matematikos sritis analizuoja strategijas pačiose įvairiausiose situacijose. Ji ypač svarbi ekonomikoje, tačiau taip pat gali būti naudojama politikoje, psichologijoje ar filosofijoje. Pavyzdžiui, vienas iš 1994 metų Nobelio ekonomikos premijos laureatų buvo matematikas Johnas Nashas, 1950-aisiais savo daktaro disertacijoje padėjęs pamatus žaidimų teorijai (kai ją gynėsi, jam tebuvo 21 metai). 2005 metų Nobelio ekonomikos premija skirta Izraelio ir JAV mokslininkams, aprašiusiems konfliktus ir bendradarbiavimą naudojant žaidimo teorijos metodus. Taigi žaidimai nėra lengvabūdiškas ir nereikšmingas laiko leidimo būdas – matematikai juos paverčia svarbiais atradimais. Beje, šie trys matematikai, anaipol, nėra vieninteliai, gavę Nobelio ekonomikos premijas (taigi neteisūs tie, kurie sako, kad matematikams nėra šansų gauti šią premiją).

Be abejo, už čia pateiktų uždavinių sprendimą Nobelio premijos negausite, ir į rimtus žaidimų teorijos uždavinius jie dar nelabai panašūs, tačiau pati *geriausios strategijos paieškos* idėja čia bus svarbi.

Paprastai matematinių žaidimų esmė yra tokia: yra tam tikros žaidimo taisyklės (koks gali būti ėjimas); dažniausiai du (kartai gali būti ir vienas arba daugiau nei du) žaidėjai ar žaidėjų grupės, kurie pakaitomis daro ėjimus. Reikia rasti (arba bent jau įrodyti, kad egzistuoja arba neegzistuoja) tokią žaidimo strategiją, kuri pirmam arba antram pradedančiam užtikrina laimėjimą, nesvarbu, kaip protingai bežaistų kitas žaidėjas.

Pagrindiniai metodai ar būdai, padedantys surasti tokią strategiją nesudėtinguose uždaviniuose, gali būti šie:

- Ėjimas „nuo galo“, siekiant atsidurti galutinę pergalingą žingsnį užtikrinančioje pozicijoje, kokia turėtų būti pergalinga pozicija prieš tai ir t. t.
- Visų galimų variantų perrinkimas. Aišku, toks metodas veikia tik tada, kai variantų nėra itin daug. Pavyzdžiui, galite nesunkiai perrinkti tradicinio žaidimo „Kryžiukai ir nuliukai“ variantus tam, kad įsitikintumėte, jog neegzistuoja pergalinga strategija šiam žaidimui, jeigu abu žaidėjai žaidžia protingai. Beje, kartais naudinga pažaisti tuos žaidimus su draugu, kad pajustumėte žaidimą ar pastebėtumėte dėsningumus. Svarbu atsiminti tai, kad jeigu pavyks nors ir dešimt kartų iš eilės laimėti žaidimą, dar nereiškia, jog radote pergalingą strategiją ar išsprendėte uždavinį. Gal Jums tiesiog pasisekė arba Jūsų žaidimo partneris nežino, kaip protingai žaisti. Pergalinga strategija reiškia užtikrintą laimėjimą, nesvarbu, koks būtų priešininko ėjimas.
- Simetrija. Ne visada akivaizdu, kur galima ją įžvelgti, tad sunkiausia uždavinio sprendimo dalis ir gali būti surasti arba sukonstruoti tokią simetriją, kuri leistų, pavyzdžiui, simetriškai kartoti priešininko ėjimus, užsitikrinant pergalę (dažnai žaidime pralaimi tas, kuris jau neturi ėjimo, o jei galite simetriškai kartoti priešininko ėjimus, vadinasi, jis pirmasis ir liks be ėjimo).

Kūrybingai taikydami šiuos metodus, nesunkiai išspręsite uždavinius. Atkreipkite dėmesį į pateiktą pavyzdį.

12. Matematiniai žaidimai. C dalis

2. Dviese žaidžia tokį žaidimą: pirmasis pasako natūralųjį skaičių nuo 2 iki 9, antrasis padaugina tą skaičių iš bet kurio natūraliojo skaičiaus nuo 2 iki 9. Paskui pirmasis padaugina rezultatą iš bet kurio natūraliojo skaičiaus nuo 2 iki 9 ir t. t. Laimės tas, kuris pirmas gaus sandaugą, didesnę už 1000. Kas laimės – pradedantysis ar jo priešininkas?



3. Šachmatų lentos, kurios dydis $n \times n$ langelių, kampe stovi šaškė. Du žaidėjai paeiliui perstato ją į gretimą langelį, turintį bendrą kraštinę su langeliu, kuriame stovi šaškė. Sugrįžti į langelį, kuriame jau buvo šaškė, draudžiama. Pralaimi tas, kuris neturi, kur eiti.

- Irodykite, kad pradedantis žaidimą gali pasiekti pergalę, kai n lyginis, o jei n nelyginis, tai protingai žaisdamas laimės antras žaidėjas.
- Kas laimės, jei žaidimo pradžioje šaškė stovės ne kampiniame langelyje, o gretimame?

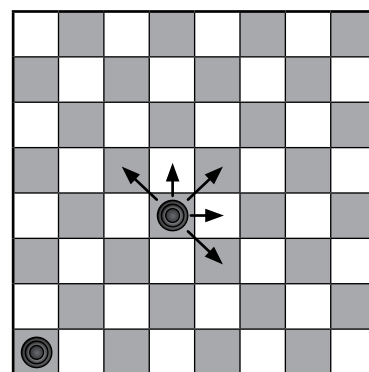


12. Matematiniai žaidimai. C dalis

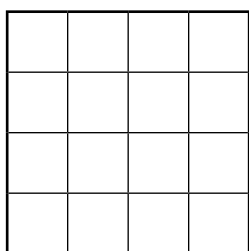
4. Du žaidėjai paeiliui stato šaškes (pirmas – baltas, antras – juodas) ant šachmatų lentos, kurios dydis 25×25 langeliai. Šaškes galima statyti and bet kurio laisvo langelio, išskyrus tuos, kurių visi gretimi langeliai yra užimti, t. y. išdėliotos tos pačios spalvos šaškės. Pralaimi tas, kuris negali atlikti ėjimo. Kas laimės – pirmas ar antras žaidėjas? (Langeliai yra gretimi, jei turi bendrą kraštinę.)



5. Šachmatų lentos apatiniame kairiajame langelyje padėta šaškė. Du žaidėjai iš eilės perstato ją į gretimą langelį (leidžiamos tik 1 pav. nurodytos judėjimo kryptys). Laimi tas, kuris savo ėjimu šaškę pastato į viršutinį dešinįį lentos langelį. Kaip turi žaisti pradedantysis, kad laimėtų?



1 pav.



2 pav.

6. Du žaidėjai paeiliui spalvina 4×4 lentos langelius (kiekvienų ėjimu po vieną langelį). Pralaimi tas, kuris pirmasis nuspalvina kokį nors 2×2 kvadratą. Kurio iš žaidėjų strategija bus pergalinga?